**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория вероятностей

Probability Theory

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 6

Регистрационный номер рабочей программы: 051646

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Дисциплина «Теория вероятностей» является одной из базовых дисциплин, формирующей подготовку бакалавра в области математики и компьютерных наук.

Основным методологическим принципом построения программы курса, является принцип поэтапного системного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого - к сложному и/или незнакомому, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком языковом и концептуальном уровне.  
Цель изучения дисциплины: обучение студентов основам теории вероятностей; развитие у студентов навыков построения теоретико-вероятностных моделей.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Программа курса предназначена обучающимся 3 курса. Обучающиеся должны владеть основами комбинаторики, математического анализа (включая дифференциальное исчисление, теорию меры, интегрирование) и высшей алгебры (включая линейную алгебру).

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

• знать содержание дисциплины «Теория вероятностей» и иметь хорошее представление о возможностях ее применения в прикладных областях науки,

• уметь строить математические модели в различных задачах стохастики, использовать включенные в курс формулы вычисления вероятностей,

• уметь вычислять приводимые в курсе характеристики случайных величин и векторов, уметь интерпретировать полученные результаты, знать факторы, приводящие к появлению ряда важнейших распределений, знать и уметь использовать свойства этих распределений и их взаимосвязь.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: практические занятия по решению задач, выполнение контрольных работ и заданий.

Самостоятельная работа:

Выполнение домашних заданий, написание курсовой работы по дисциплине «Теория вероятностей».

Без участия преподавателя - индивидуальная работа с доступными информационными и образовательными ресурсами, имеющимися в библиотеке, в открытом доступе в сети Интернет и локальной сети Университета с целью преодоления индивидуальных трудностей в освоении отдельных разделов курса, а также удовлетворения личных познавательных потребностей.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 5 | 30 |  |  | 26 |  | 4 |  |  | 2 |  |  |  | 26 | 10 | 10 |  | 30 | 3 |
|  | 1-25 |  |  | 1-25 |  | 1-25 |  |  | 1-25 |  |  |  | 1-1 | 0-0 | 1-1 |  |  |  |
| Семестр 6 | 30 |  | 2 | 26 |  | 4 |  |  | 2 |  |  |  | 16 | 4 | 24 |  | 30 | 3 |
|  | 1-25 |  | 2-100 | 1-25 |  | 1-25 |  |  | 1-25 |  |  |  | 1-1 | 0-0 | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 60 |  | 2 | 52 |  | 8 |  |  | 4 |  |  |  | 42 | 14 | 34 |  |  | 6 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 5 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |
| Семестр 6 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Темы для изучения и обсуждения

5-й семестр.

1. Основные понятия теории вероятностей.

Аксиомы теории вероятностей. Основные соотношения между вероятностями событий. Примеры вероятностных пространств: схема равновозможных исходов, геометрические вероятности. Условная вероятность, формулы полной вероятности и формулы Байеса. Независимость случайных событий. Случайные элементы.

2. Испытания Бернулли.

Формулы Бернулли. Нормальное и пуассоновское приближения в схеме Бернулли. Теорема Бернулли и теорема Бореля.

3. Случайные величины и их распределения.

Определение случайной величины. Распределение и функция распределения. Три основных типа распределений, примеры. Случайные векторы, многомерные распределения. Независимость случайных величин. Бесконечные системы случайных величин, теорема Колмогорова о продолжении системы конечномерных распределений до меры.

4. Моменты случайных величин.

Математическое ожидание и дисперсия. Неравенство Чебышева.

Приложения неравенства Чебышева: доказательства закона больших чисел, доказательство Бернштейна теоремы Вейерштрасса. Старшие моменты, корреляционная матрица, коэффициент корреляции.

5. Производящие и характеристические функции.

Характеристические функции: теорема единственности, основные свойства, положительная определенность характеристических функций, характеристические функции и моменты. Характеристические функции случайных векторов, теорема Крамера – Волда и преобразование Радона. Многомерные гауссовские распределения. Производящие функции. Задача Гальтона – Ватсона о выживании фамилии.

6. Последовательности независимых случайных величин.

Закон «0-1», Лемма Бореля-Кантелли.

6-й семестр.

7. Сходимость вероятностных распределений

Основные понятия. Критерии слабой сходимости. Теорема выбора Хелли. Теорема непрерывности (теорема Леви). Соотношения между видами сходимости.

8. Предельные теоремы для независимых случайных величин:

Закон больших чисел (теорема Хинчина). Центральная предельная теорема. Неравенство Колмогорова. Сходимость рядов независимых случайных величин. Усиленный закон больших чисел (теоремы Колмогорова).

9. Принцип больших уклонений.

Теорема Крамера-Чернова для сумм независимых величин и её многомерное обобщение. Общий принцип больших уклонений: слабый и сильный.

10. Процессы с независимыми приращениями:

Основные понятия. Процесс Винера. Процесс Пуассона. Безгранично делимые распределения.

11. Меры с некоррелированными значениями.

Пуассоновские случайные меры. Гауссовский белый шум. Интегрирование по мере с некоррелированными значениями.

12. Цепи и процессы Маркова.

Цепи Маркова со счетным множеством состояний. Основные определения, матрица переходных вероятностей, уравнения Маркова, примеры. Классификация состояний: эргодические классы, циклические подклассы, возвратные состояния, критерий возвратности. Простейшие случайные блуждания, теорема Пойя. Асимптотическое поведение вероятностей перехода за n шагов. Процессы Маркова со счетным множеством состояний: основные понятия, уравнения Чепмена – Колмогорова, дифференциальные уравнения Колмогорова. Процессы размножения и гибели. Ветвящиеся процессы.

13. Условные математические ожидания

Существование условных вероятностей и условных ожиданий. Условные ожидания как операторы проектирования, регрессия и задачи прогноза.

14. Мартингалы и субмартингалы.

Неравенство Дуба. Теорема Дуба о сходимости мартингалов. Примеры применения.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По курсу теории вероятностей предусмотрено чтение лекций и проведение практических занятий. Лекции читают и проводят практические занятия опытные преподаватели, как правило, с большим стажем работы. В курс лекций включаются новые результаты, полученные как сотрудниками кафедры теории вероятностей и математической статистики, так и ведущими учеными России и зарубежных стран. Все студенты должны быть обеспечены учебниками, рекомендованными по курсу. Дополнительного оборудования и дополнительных материалов для учебной работы по курсу не требуется. Аудитория должна быть снабжена доской и мелом.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

При выполнении домашних, индивидуальных и контрольных заданий обучающемуся необходимо знать содержание лекций, уметь формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять методы доказательств при решении конкретных задач. При подготовке к самостоятельной работе целесообразно использовать рекомендованные учебники и задачники, а также дополнительную литературу.

Контроль за самостоятельной работой может осуществляться в форме коротких опросов и тестов, углубленных вопросов по темам занятий, дополнительных вопросов, и т.д.

Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, электронные учебные пособия.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Формы контроля:

В 5 семестре обучающийся получает зачет по результатам выполнения всех предусмотренных рабочей программой письменных контрольных работ с учетом посещаемости практических занятий.

До назначенной даты зачёта обучающийся должен выполнить все предусмотренные рабочей программой контрольные работы.

В случае полного или частичного невыполнения обучающимся контрольных работ 5 семестра, задачи по невыполненным темам для этого выносятся на зачёт. В этом случае зачет проводится в виде письменной работы.

Зачёт принимается в устно-письменной форме. Оценка «зачтено» складывается из положительных оценок за контрольные работы в течение семестра, посещаемости занятий (не менее 50%) и зачётной контрольной работы, содержащей несколько задач по темам, перечисленным в п. 2.2.

*Критерии оценки на зачете в системе ECTS*

Оценка «A» ставится, если выполнены требования для оценки «зачтено» и при этом не менее 90% заданий сделано не более чем за две попытки. Оценка «B» ставится, если выполнены требования для оценки «зачтено» и при этом не менее 80% заданий сделано не более чем за две попытки. Оценка «C» ставится, если выполнены требования для оценки «зачтено» и при этом не менее 70% заданий сделано не более чем за две попытки.

Оценка «D» ставится, если выполнены требования для оценки «зачтено» и при этом не менее 60% заданий сделано не более чем за две попытки. Оценка «E» ставится, если выполнены требования для оценки «зачтено» и при этом не более чем за две попытки сделано менее 60% заданий. Оценка «F» ставится в тех же случаях, что и оценка «не зачтено».

В 6 семестре обучающийся обязан выполнить предусмотренные рабочей программой письменные контрольные работы. Экзамен проводится в устной форме путем выборочного опроса по программе годового курса. В случае полного или частичного невыполнения обучающимся контрольных работ 6 семестра, задачи по соответствующим темам для этого студента выносятся на экзамен в качестве дополнительного задания.

Предусмотрены 8 контрольных работ по всему курсу

Итоговый контроль

1. сдача экзамена на понимание теории из курса лекций и способность самостоятельного решения задач.

*Методика проведения экзамена*

Экзамен проводится в устной форме. Время подготовки ответа на вопросы составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и студент удаляется с экзамена.

После ответа на вопросы преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

*Критерии выставления оценок:*

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя) и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание ответов на основные вопросы по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

***Критерии оценки на экзамене в системе ECTS***

Оценка «A» ставится в тех же случаях, что и оценка «отлично».

Оценка «B» ставится, если выполнены требования для оценки «хорошо» и при этом в ответе допущено не более двух неточностей.

Оценка «C» ставится, если выполнены требования для оценки «хорошо» и при этом в ответе допущено более двух неточностей.

Оценка «D» ставится, если выполнены требования для оценки «удовлетворительно» и при этом в ответе допущено не более одной грубой ошибки.

Оценка «E» ставится, если выполнены требования для оценки «удовлетворительно» и при этом в ответе допущено более одной грубой ошибки.

Оценка «F» ставится в тех же случаях, что и оценка «неудовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Примерный список тем для курсовых работ и экзамена по дисциплине:

1. Статистики Максвелла-Больцмана, Ферми-Дирака, Бозе-Эйнштейна.

2. Мультиномиальное и гипергеометрическое распределение.

3. Теорема Бернулли и теорема Вейерштрасса.

4. Локальные предельные теоремы.

5. Условные вероятности относительно разбиений и сигма-алгебр.

6. Вероятность разорения.

7.Продолжительность азартной игры

8. Закон арксинуса для случайного блуждания.

9. Мартингалы.

10. Теорема Колмогорова о существовании системы величин с заданными распределениями.

11. Игла Бюффона.

12. Семиинварианты.

13. Проблема моментов.

14. Расстояние Какутани-Хеллингера между распределениями.

15. Расстояние по вариации между распределениями

16. Безгранично делимые и устойчивые распределения.

17. Санкт-Петербургский парадокс

18. Парадокс раздела ставки.

19. Устойчивые распределения и случайные величины.

20. Коэффициенты перемешивания.

21. Порядковые статистики.

22. Предельные законы для максимумов

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень кандидата или доктора наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности). Преподаватели, привлекаемые к проведению практических занятий, должны иметь базовое образование и/или ученую степень, соответствующие профилю преподаваемой дисциплины.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуются стандартно оборудованные лекционные аудитории. При проведении отдельных практических занятий и курсовых работ возможно использование обучающимися компьютерных математических пакетов для выполнения практических заданий.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартное аудиторное оборудование и ПО.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не предусматриваются.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не предусматриваются.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Не предусматриваются.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Боровков А. А. Теория вероятностей. – 4-е изд.- М.: Едиториал УРСС, 2003.

2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – 6-е изд.- М.: Наука, 1988.

3. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. – М.: Агар, 2000.

4. Ширяев А. Н. Вероятность. – 3-e изд. в двух томах М.: Наука, 2004.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Коршунов Д.А., Фосс С.Г. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей, НГУ, 2003.

2. Лукач Е. Характеристические функции. – М.: Наука, 1979.

3. Мешалкин Л.Д. Сборник задач по теории вероятностей. – М.: МГУ, 1963.

4. Петров В.В. Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин. – М.: Наука, 1987.

5. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей. Наука, 1986.

6. Розанов Ю.А. Случайные процессы, краткий курс. – М.: Наука, 1971.

7. Свешников А.А. (ред.) Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Наука, 1965.

8. Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей, Наука, 1980.

9. Секей Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. – М.: Мир, 1990.

10. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – т. 1 и 2 – М.: Мир, 1984.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Нет.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Лифшиц Михаил Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор, Кафедра теории вероятностей и математической статистики.